# Aufgabe 1: Zahlencodierung, Systemumrechnung

|  |  |
| --- | --- |
| **Ziel** | * Sie können verschiedenen Zahlensysteme umrechnen und einfache Grundoperationen in Zahlensystemen durchführen. * Sie können Hilfstabellen für die Umrechnung erstellen. |
| **Zeitaufwand** | 60 Min. |
| **Ausgangslage** | Umrechnungen von einem System in ein anderes ist ein Basiselement bei der Codierung, teilweise auch bei der Verschlüsselung. Einfache Werte wie zum Beispiel 2 hoch 8 sollte ein Informatiker auswendig wissen. |
| **Aufgabe** | Arbeiten Sie die folgende Theorie durch und lösen Sie die nachfolgenden Aufgaben so, dass Sie Zahlen sicher von einem in ein anders System umrechnen können. |
| **Hinweis** | Verwenden Sie für die Umrechnung keine Hilfsmittel wie den Computer oder einen Taschenrechner. Es ist wichtig, die Basis der Zahlensysteme zu kennen. |
| **Ergebnis** | Sie haben das Umrechnen von Zahlensystem geübt und mindestens eine Hilfstabelle erstellt. |

## Dezimalsystem (10er-System)

Wenn wir an Zahlen denken, handelt es sich im Normalfall um Zahlen im Zehnersystem.  
(Lohn: CHF 5'000.–, 15 km bis zum Ziel usw.) Das sind ganze Zahlen, welche in einem Stellenwertsystem notiert sind und aus Ziffern bestehen. Die verwendeten Ziffern sind: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Je nachdem wo eine Ziffer steht, ändert dies den Wert der Zahl: **5000 > 0050**

**1 5 7 3**

**tausender hunderter zehner einer**

**103 102 101 100**

Gemäss dem oben erwähnten System, arbeiten Sie bei der Bestimmung des Zahlenwerts bei der tiefsten Stelle (100) an, und arbeiten sich nach links durch bis zur höchsten Stelle (103).

Dabei wird die normal gross geschriebene Zahl als Basis die hochgestellte Zahl als Exponent bezeichnet.

Basis Exponent  🡪 42

In diesem Fall gibt die Basis das System an (10er = Dezimal) und der Exponent, wie oft mit diesem Wert multipliziert werden muss. Zur Veranschaulichung das oben aufgeführte Beispiel:

3 🡪 100 = 3 x 1 [10 wird Null mal eingesetzt] = 3

7 🡪 101 = 7 x 10 = 70

5 🡪 102 = 5 x 10 x 10 = 500 500

1 🡪 103 = 1 x 10 x 10 x 10 = 1000 1000

1573

Nachfolgend verwendet wird folgende Schreibweise: **157310**, um klarzustellen, um welches System es sich handelt – in diesem Beispiel das Dezimalsystem. Der Exponent (hochgestellte Zahl) dagegen, gibt die Stelle der Ziffer im Stellenwertsystem an, beginnt immer rechts mit der 0 und wird nach links jeweils um den Wert 1 erhöht.

Mit diesem Schema können Sie Werte aus unterschiedlichen Zahlensystemen, denen ein Stellenwertsystemen zugrunde liegt, in das Dezimalsystem umrechnen.

Beachten Sie, dass es auch Wertsysteme gibt, die kein oder nur ein bedingtes Stellenwertsystem haben. Ein klassisches Beispiel sind römische Zahlen!

**Aufgabe:** Versuchen Sie herauszufinden: Ein Film aus dem Jahre **MCMXCVIII** stammt also von?

## Binärsystem (2er-System)

*«Es gibt nur 10 Arten von Menschen. Die, die das Binärsystem verstehen und die, die es nicht verstehen».* (Autor unbekannt)

Das Binärsystem ist ebenfalls ein Stellenwertsystem. Es ist deshalb so wichtig, weil es bei digitalen Vorgängen (Schaltungen, On-Off-Systemen etc.) verwendet wird. Es gibt keine Zwischenzustände: etwas ist an oder aus, es liegt Spannung an oder nicht oder es ist hell oder dunkel. Alle Informationen im Arbeitsspeicher, auf der Festplatte, Netzwerkkarte etc. werden binär gespeichert oder übertragen.

Für die Umrechnung vom Binär- ins Dezimalsystem können Sie das bereits erwähnte Schema abändern und anschliessend einsetzen. Wie kann aber in die umgekehrte Richtung gerechnet werden?

Im Gegensatz zum Dezimalsystem, ändert sich der Wert im Dualsystem mit jedem Schritt nach links nicht um den Faktor 10, sondern 2. Mit der Erhöhung des Exponentes um 1, wird der Wert somit verdoppelt. Da es wie erwähnt im Binärsystem nur zwei Zustände gibt, werden auch nur zwei Ziffern benötig: 0 und 1. Nachfolgend ein Beispiel für einen 8-stelligen Wert.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **000000012** | **20** | **110** |
| **000000102** | **21** | **210** |
| **000001002** | **22** | **410** |
| **000010002** | **23** | **810** |
| **000100002** | **24** | **1610** |
| **001000002** | **25** | **3210** |
| **010000002** | **26** | **6410** |
| **100000002** | **27** | **12810** |

Alle Kombinationen innerhalb der 8 Stellen (oder Bit) sind möglich. Das ergibt 28 mögliche Werte, bzw. die Zahlen 000000012–11111112 oder 010-25510

**Hinweis**: Die Zahlenreihe 20 bis 216 sollten Sie als Informatiker **auswendig** kennen, das erleichtert ihnen die Arbeit bei vielen Aufgaben erheblich.

## Umrechnung vom Dezimal- ins Binärsystem

Die Umrechnung erfolgt nach einem vorgegebenen Schema.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Dividend | Quotient | Rest |  | Stelle | n für 2n | Wert |
| 1999 | 999 | 1 |  | 0 | 1 | 1 |
| 999 | 499 | 1 |  | 1 | 2 | 2 |
| 499 | 249 | 1 |  | 2 | 4 | 4 |
| 249 | 124 | 1 |  | 3 | 8 | 8 |
| 124 | 62 | 0 |  | 4 | 16 | 0 |
| 62 | 31 | 0 |  | 5 | 32 | 0 |
| 31 | 15 | 1 |  | 6 | 64 | 64 |
| 15 | 7 | 1 |  | 7 | 128 | 128 |
| 7 | 3 | 1 |  | 8 | 256 | 256 |
| 3 | 1 | 1 |  | 9 | 512 | 512 |
| 1 | 0 | 1 |  | 10 | 1024 | 1024 |
| **Summe** | | | | | | **1999** |

Die Startzahl wird durch 2 dividiert, es handelt sich um eine Ganzzahldivision (genannt **DIV**). Das Resultat kann der Spalte *Quotient* entnommen werden, der Rest (genannt Modulo oder MOD) steht daneben.

**1999 DIV 2 = 999 1999 MOD 2 = 1**

Der Quotient wird als neuer Startwert übernommen und die Berechnung solange wiederholt bis dieser den Wert 0 erreicht. Aus den Werten in der Spalte *Rest* ergibt sich die umgerechnete Binärzahl, wobei von oben nach unten von rechts nach links entspricht. In unserem Beispiel also 0111 1100 11112.

Die rechte Tabelle dient nur Kontrollzwecken. Sie zeigt die Werte der Spalte *Rest* in Dezimalzahlen. Mit diesem Schema können Sie nun Umrechnungen in beiden Richtungen durchführen.

## Hexadezimalsystem (16er-System)

Das Hexadezimalsystem wird in der Informatik verwendet, da es ein doppeltes Oktett darstellt. Zur Erinnerung 8 Bit = 1 Byte = 1 Oktett und da es pro Stelle zwei Möglichkeiten gibt (0 oder 1 oder 28) sind mit einem Oktett 16 Werte darstellbar. Ein weiterer Vorteil ist, dass das System weniger Ziffern als das Dezimal- oder Dualsystem benötigt, um Werte über 9 darzustellen.

Das Hexadezimalsystem besteht aus 16 Ziffern: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F (bitte beachten Sie, dass A–F keine Buchstaben, sondern Ziffern sind!). Wir haben nun das dritte System im Einsatz:

**199910 = 0111 1100 11112 = 7CF16**

Beispiel für die Verwendung von Hex-Werten (Kurzform für Hexadezimal Werte) in der Informatik sind:

* RGB-Farbwerte
* IPv6 Adressen
* MAC-Adressen

**Aufgabe**: Schauen Sie im Internet nach, was ein Nibble ist.

Die Umrechnung vom Binär- ins Hexadezimalsystem kann direkt erfolgen. Dazu werden 8 Bit in 3 **Nibbles** getrennt:

01112 = 010 + 410 + 210 + 110 = 710 = 716

11002 = 810 + 410 + 010 + 010 = 1210 = C16

11112 = 810 + 410 + 210 + 110 = 1510 = F16

So können Sie beliebig grosse Zahlen schnell von einem in das andere System umrechnen ohne den Umweg über das Dezimalsystem zu nehmen.

**Anmerkung zur Schreibweise**: Da das Hexadezimalsystem oft verwendet wird und die Schreibweise mit der tiefergestellten Zahl etwas umständlich ist, wird ein Hex-Wert mit einem 0x eingeleitet

Statt 7CF16 wird geschrieben 0x7CF geschrieben (damit können Sonderzeichen vermieden werden). Eher selten findet man die Schreibweise 7CFh.

## Oktalsystem (8er-System)

Das Oktalsystem ist ein Stellenwertsystem mit der Basis 8. Es kennt acht Ziffern zur Darstellung einer Zahl: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7. Damit können mit 3 Bit eine Ziffer dargestellt werden. Zur Erläuterung:

**78 = 710 = 716 = 01112**

Das Oktalsystem wurde in der Informatik weitgehend vom Hexadezimalsystem abgelöst. Ein Überbleibsel findet sich noch bei der Darstellung von Dateizugriffsrechten unter Unix, wo je drei Bit die Rechte einer Benutzerklasse darstellen. Der in der Luftfahrt verwendete Transpondercode beruht übrigens ebenfalls auf dem Oktalsystem.

Umrechnen können Sie das Oktal- in das Dezimalsystem sinngemäss der Tabelle unter Abschnitt 1.3.

## Umrechnungen zwischen den Systemen

Um Zahlen zwischen den unterschiedlichen Systemen umzurechnen, gibt es verschiedene Möglichkeiten:

* Kopfrechnen
* Tabellen
* Taschenrechner (auch die im Betriebssystem)
* Vordefinierte Funktionen (je nach Programmiersprache, Tabellenkalkulation)

NB: In jedem der Zahlensysteme können die Grundrechenarten angewandt werden. Sie werden weiter untern Additionen und Subtraktionen vornehmen

## Links im Internet zur Unterstützung

Erklärung für die Umrechnung: <http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/Zahlensysteme.htm>

Web-Taschenrechner: <http://web2.0rechner.de/>

Wikipedia Artikel Binäres Rechnen: <https://de.wikipedia.org/wiki/Dualsystem>

## Umrechnung ins Dezimalsystem

Rechnen Sie folgende Zahlen ins Dezimalsystem um: (ohne Hilfsmittel)

34415 = 10 6578 = 10



12314 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_10 01110100102 = 10



## Umrechnung ins Binärsystem

710 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2 1710 = 2



11210 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2 8510 = 2



## Binär- und Hexadezimal in beiden Richtungen

1016 = 2 65716 = 2



ABDC16 = 2 C00016 = 2



110000112 = 16



0110100101012 = 16



## Rechnen in anderen Zahlensystemen

Erstellen Sie in Excel eine Tabelle, welche in allen 3 Systemen (2er, 10er, 16er) die Zahlen zwischen 0–255 anzeigt.

### Binärsystem

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| + |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| = |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| + |  | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| = |  |  |  |  |  | s |  |  |  |  |

### Hexadezimalsystem

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | A | 1 | 5 | 0 | C | D | 3 | 2 | | F |
| + |  | 1 | B | 7 | 3 | 0 | C | D | | 4 | 1 |
| = |  |  |  |  |  |  |  |  | |  |  |